TD 8 : LA REGLEMENTATION DES MONOPOLES NATURELS

<u>Question 8.1.</u> Règles de tarification

Un monopole public produit deux biens 1 et 2. On note respectivement Y_1, Y_2, p_1, p_2 les quantités produites et les prix. Les fonctions de coût total et de demande s'écrivent :

$CT = Y_1 + Y_2 + 1$ $\qquad Y_1 = 4 - p_1$ $\qquad Y_2 = 4 - 2p_2$

a. Quels prix maximisent le profit du monopole ? Calculez le surplus collectif.

Les conditions de maximisation du profit imposent l'égalité de la recette marginale (Rm) et du coût marginal (Cm) pour chaque bien (1 et 2) :

$$Cm_1 = \frac{\partial CT}{\partial Y_1} = 1 \quad \text{et} \quad Cm_2 = \frac{\partial CT}{\partial Y_2} = 1$$

Pour déterminer Rm, il faut tout d'abord définir la fonction de recettes totales (RT) qui définit le chiffre d'affaires du monopole lorsque celui-ci produit la quantité Y :

RT(Y)=p(Y)Y soit ici : $RT = p_1(Y_1)Y_1 + p_2(Y_2)Y_2$

En utilisant les fonctions de demande inverses : $RT = (4 - Y_1)Y_1 + (\frac{4 - Y_2}{2})Y_2$

On obtient ainsi :

$$Rm_1 = \frac{\partial RT}{\partial Y_1} = (4 - Y_1) \times 1 + (-1) \times Y_1 = 4 - 2Y_1$$

$$Rm_2 = \frac{\partial RT}{\partial Y_2} = (\frac{4 - Y_2}{2}) \times 1 + (-\frac{1}{2}) \times Y_2 = 2 - Y_2$$

D'où, pour le bien 1 : $4 - 2Y_1 = 1$ soit $2Y_1 = 3$ et $\boxed{Y_1 = \frac{3}{2}}$

On obtient ainsi la quantité de bien 1 qui maximise le profit. On en déduit le prix du bien 1 correspondant en utilisant la fonction de demande inverse du bien 1 : $\boxed{p_1 = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}}$

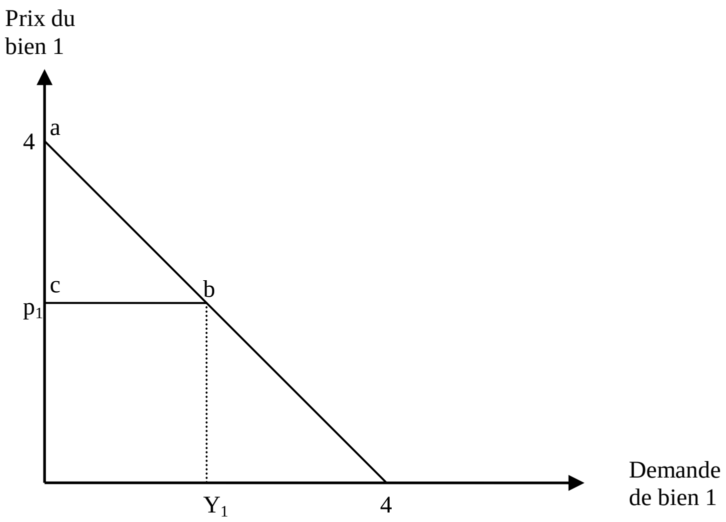
On procède de la même façon pour le bien 2 : $2 - Y_2 = 1 \Rightarrow \boxed{Y_2 = 1} \Rightarrow \boxed{p_2 = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}}$

Le surplus collectif ou total (ST) correspond à la somme du surplus du consommateur (SC) et du producteur (SP=∏) sur chaque marché.

Profit total du monopole : $\prod = RT - CT = (4 - Y_1)Y_1 + (\frac{4 - Y_2}{2})Y_2 - Y_1 - Y_2 - 1$

$$\prod = (4 - \frac{3}{2})\frac{3}{2} + (\frac{4-1}{2})1 - \frac{3}{2} - 1 - 1 = 6 - \frac{9}{4} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 2 = \frac{7}{4}$$

Le surplus des consommateurs sur le marché du bien 1 correspond à l'aire du triangle abc sur le graphique :



$$SC_1 = \frac{1}{2}(4-p_1)(Y_1-0) = \frac{1}{2}(4-p_1)^2 \quad \text{soit} \quad SC_1 = \frac{1}{2}(4-\frac{5}{2})^2 = \frac{1}{2}(\frac{3}{2})^2 = \frac{1}{2}\times\frac{9}{4} = \frac{9}{8}$$

De la même manière, on peut calculer le surplus des consommateurs sur le marché du bien 2 :

$$SC_2 = \frac{1}{2}(2-p_2)(Y_2-0) = \frac{1}{2}(2-p_2)(4-2p_2) = (2-p_2)^2 \quad \text{soit} \quad SC_2 = (2-\frac{3}{2})^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

On obtient ainsi : $\boxed{ST = SC_1 + SC_2 + \Pi = \frac{9}{8} + \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = \frac{25}{8}}$

b. Quels prix maximisent le surplus collectif ? Calculez le surplus collectif et le profit.

Pour que le surplus collectif soit maximal, les prix des biens doivent être égaux aux Cm correspondants (comme en concurrence pure et parfaite), c'est-à-dire : $\boxed{p_1 = p_2 = 1}$

Dans cette situation, les surplus des consommateurs sont :

$$SC_1 = \frac{1}{2}(4-p_1)^2 = \frac{1}{2}(3)^2 = \frac{9}{2} \qquad \text{et} \qquad SC_2 = (2-p_2)^2 = 1$$

Le profit de l'entreprise est : $\Pi = (4-p_1)(p_1-1) + (4-2p_2)(p_2-1) - 1 = -1$

Le surplus total est donc : $\boxed{ST = \frac{9}{2} + 1 - 1 = \frac{9}{2}}$

c. L'entreprise est soumise à une contrainte budgétaire : elle doit réaliser un profit nul. Quels prix maximisent le surplus collectif sous cette contrainte supplémentaire ? Comparez les solutions obtenues dans les trois questions.

Les prix qui maximisent le surplus collectif sous la contrainte d'équilibre budgétaire du monopole public sont les prix Ramsey-Boiteux.

2 méthodes : soit on utilise directement la propriété de Ramsey-Boiteux (1), soit on repart des conditions et on résout le programme (2). **Nous traiterons cette question par la méthode 1 (propriété de Ramsey-Boiteux). La méthode 2 est présentée à la fin de la question.**

Méthode 1 : Les écarts relatifs entre le prix p_i et le coût marginal Cm_i (pour chaque bien) sont inversement proportionnels à l'élasticité-prix de la demande de bien i (en valeur absolue). On a donc :

$$\frac{p_i - Cm_i}{p_i} = \frac{\alpha}{\varepsilon_i} \qquad i = 1,2$$

α est un coefficient qui conduit à l'équilibre budgétaire de l'entreprise. On a $Cm_1 = Cm_2 = 1$

Par ailleurs, on peut définir l'élasticité-prix de la demande pour chaque bien :

$$\varepsilon_1 = -\frac{dY_1}{dp_1}\frac{p_1}{Y_1} = \frac{p_1}{4 - p_1} \qquad \varepsilon_2 = -\frac{dY_2}{dp_2}\frac{p_2}{Y_2} = \frac{2p_2}{4-2p_2} = \frac{p_2}{2-p_2}$$

Les prix Ramsey-Boiteux vérifient donc :

$$\frac{p_1 - 1}{p_1} = \alpha\frac{4-p_1}{p_1} \Leftrightarrow p_1 - 1 = 4\alpha - \alpha p_1 \Leftrightarrow p_1(1+\alpha) = 4\alpha + 1 \Leftrightarrow p_1 = \frac{4\alpha+1}{1+\alpha}$$

$$\frac{p_2 - 1}{p_2} = \alpha\frac{2-p_2}{p_2} \Leftrightarrow p_2 - 1 = 2\alpha - \alpha p_2 \Leftrightarrow p_2(1+\alpha) = 2\alpha + 1 \Leftrightarrow p_2 = \frac{2\alpha+1}{1+\alpha}$$

Le coefficient α doit être tel que le profit du monopole soit nul (contrainte d'équilibre budgétaire). On doit donc avoir (on exprime $\prod$ en fonction de p_1 et p_2) :

$$\begin{aligned}\prod &= p_1Y_1 + p_2Y_2 - Y_1 - Y_2 - 1 = 0\\ &= p_1(4-p_1) + p_2(4-2p_2) - (4-p_1) - (4-2p_2) - 1 = 0\\ &= (4-p_1)(p_1-1) + (4-2p_2)(p_2-1) - 1 = 0\end{aligned}$$

En remplaçant p_1 et p_2 par leur expression, on obtient :

$$(4 - \frac{4\alpha+1}{1+\alpha})(\frac{4\alpha+1}{1+\alpha} - 1) + (4 - 2\frac{2\alpha+1}{1+\alpha})(\frac{2\alpha+1}{1+\alpha} - 1) - 1 = 0$$

$$\left(\frac{4+4\propto-4\propto-1}{1+\propto}\right)\left(\frac{4\propto+1-1-\propto}{1+\propto}\right) + \left(\frac{4+4\propto-4\propto-2}{1+\propto}\right)\left(\frac{2\propto+1-1-\propto}{1+\propto}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(3\alpha)+2\alpha}{(1+\alpha)^2} = 1 \Leftrightarrow 11\alpha = (1+\alpha)^2 \Leftrightarrow 11\alpha = 1 + \alpha^2 + 2\alpha$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2 - 9\alpha + 1 = 0$$

Résolution d'un polynôme du second degré : $\Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 = 77$

Le polynôme admet donc 2 solutions : $\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{77}}{2}$

Soit $\alpha = 0.1125$ et $\alpha = 8.8875$

Ces 2 valeurs donnent des prix p_1 et p_2 qui vérifient à la fois les conditions de Ramsey-Boiteux et la condition d'équilibre budgétaire du monopole public.

Avec $\alpha = 0.1125$, on obtient : $p_1 = \frac{4\alpha+1}{1+\alpha} = 1.3034$ et $p_2 = \frac{2\alpha+1}{1+\alpha} = 1.1011$

Avec $\alpha = 8.8875$, on obtient : $p_1 = \dfrac{4\alpha+1}{1+\alpha} = 6.6966$ et $p_2 = \dfrac{2\alpha+1}{1+\alpha} = 1.8989$

Les conditions remplies sont nécessaires mais non suffisantes. La solution optimale correspond à la valeur la plus petite du coefficient α puisque c'est celle qui conduit à s'écarter le moins des Cm pour lesquels le surplus collectif est maximum.

Conclusion : Les prix qui maximisent le surplus collectif en respectant la contrainte budgétaire sont : $\boxed{p_1=1.3}$ et $\boxed{p_2=1.1}$

Dans ce cas, le surplus collectif vaut :

$$SC_1 = \frac{1}{2}(4-p_1)^2 = \frac{1}{2}(4-1.3)^2 = 3.64$$

$$SC_2 = (2-p_2)^2 = (2-1.1)^2 = 0.81$$

$$\prod = (4-p_1)(p_1-1)+(4-2p_2)(p_2-1)-1 = (4-1.3)(1.3-1)+(4-2\times1.1)(1.1-1)-1 = 0$$

$$\boxed{ST = 3.64+0.81+0 = 4.45}$$

Synthèse des résultats :

	P_1	P_2	Y_1	Y_2	SC_1	SC_2	$\prod$	ST
Maximisation du profit (question a)	2.5	1.5	1.5	1	1.13	0.25	1.75	3.13
Maximisation du surplus collectif (question b)	1	1	3	2	4.5	1	-1	4.5
Prix de Ramsey-Boiteux (question c)	1.30	1.10	2.70	1.80	3.64	0.81	0	4.45

Commentaire :

- La condition de maximisation du profit conduit aux niveaux de production les plus faibles. Le profit est bien sûr le plus élevé possible, mais le surplus collectif est faible.
- La maximisation du surplus collectif conduit à aligner les prix sur les Cm. Ces derniers étant constants, les consommateurs ne payent alors que les coûts variables et le monopole subit un déficit égal au montant de ses coûts fixes (1) => Optimum de 1er rang.
- La solution qui maximise le surplus collectif sous contrainte d'équilibre budgétaire de l'entreprise apparaît comme une tarification de moindre mal**,** les écarts prix-Cm étant inversement proportionnels à l'élasticité de la demande. A cet optimum de second rang, on a :

$$\varepsilon_1 = \frac{p_1}{4-p_1} = \frac{1.3}{4-1.3} \approx 0.48 \quad \text{et} \quad \varepsilon_2 = \frac{p_2}{2-p_2} = \frac{1.1}{2-1.1} \approx 1.22$$

La demande du bien 1 est moins élastique que la demande du bien 2 et en conséquence, l'écart relatif prix-Cm est plus grand pour le bien 1 que pour le bien 2.

Méthode 2 : Le calcul des prix de Ramsey-Boiteux peut être retrouvé par un calcul direct, dans lequel on maximise la somme des surplus des consommateurs sous la contrainte de nullité du profit du monopole :

Max. $\dfrac{1}{2}(4-p_1)^2 + (2-p_2)^2$

s.c. $(4-p_1)(p_1-1)+(4-2p_2)(p_2-1)-1=0$

Avec λ un multiplicateur de Lagrange associé à cette contrainte, le lagrangien devient :

$$L = \frac{1}{2}(4 - p_1)^2 + (2 - p_2)^2 + \lambda[(4 - p_1)(p_1 - 1) + (4 - 2p_2)(p_2 - 1) - 1]$$

Ce qui conduit aux conditions d'optimalité :

$$\frac{\partial L}{\partial p_1} = -(4 - p_1) + \lambda(5 - 2p_1) = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial L}{\partial p_2} = -2(2 - p_2) + \lambda(6 - 4p_2) = 0$$

Ceci implique :

$$-4 + p_1 + 5\lambda - 2\lambda p_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p_1(1 - 2\lambda) = 4 - 5\lambda \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{p_1 = \frac{4 - 5\lambda}{1 - 2\lambda}}$$

$$-4 + 2p_2 + 6\lambda - 4\lambda p_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad p_2(2 - 4\lambda) = 4 - 6\lambda \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{p_2 = \frac{2 - 3\lambda}{1 - 2\lambda}}$$

On remplace les expressions de p_1 et p_2 obtenues dans la contrainte de profit nul pour avoir λ :

$$(4 - \frac{4 - 5\lambda}{1 - 2\lambda})(\frac{4 - 5\lambda}{1 - 2\lambda} - 1) + (4 - 2\frac{2 - 3\lambda}{1 - 2\lambda})(\frac{2 - 3\lambda}{1 - 2\lambda} - 1) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (\frac{4 - 8\lambda - 4 + 5\lambda}{1 - 2\lambda})(\frac{4 - 5\lambda - 1 + 2\lambda}{1 - 2\lambda}) + (\frac{4 - 8\lambda - 4 + 6\lambda}{1 - 2\lambda})(\frac{2 - 3\lambda - 1 + 2\lambda}{1 - 2\lambda}) = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad (\frac{-3\lambda}{1 - 2\lambda})(\frac{3 - 3\lambda}{1 - 2\lambda}) + (\frac{-2\lambda}{1 - 2\lambda})(\frac{1 - \lambda}{1 - 2\lambda}) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-9\lambda + 9\lambda^2}{(1 - 2\lambda)^2} + \frac{-2\lambda + 2\lambda^2}{(1 - 2\lambda)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad -11\lambda + 11\lambda^2 = 1 + 4\lambda^2 - 4\lambda \quad \Leftrightarrow \quad 7\lambda^2 - 7\lambda - 1 = 0$$

Résolution d'un polynôme du second degré : $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 + 28 = 77$

Le polynôme admet donc 2 solutions : $\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{77}}{14}$

Soit $\lambda = 1.1268$ et $\lambda = -0.1268$

Avec $\lambda = 1.1268$, on obtient : $p_1 = \frac{4 - 5\lambda}{1 - 2\lambda} = 1.30$ et $p_2 = \frac{2 - 3\lambda}{1 - 2\lambda} = 1.10$

Avec $\lambda = -0.1268$, on obtient : $p_1 = \frac{4 - 5\lambda}{1 - 2\lambda} = 3.70$ et $p_2 = \frac{2 - 3\lambda}{1 - 2\lambda} = 1.90$

Le prix qui maximisent le surplus total sont ceux qui s'éloignent le moins du Cm. On retrouve donc bien $\boxed{p_1=1.3}$ et $\boxed{p_2=1.1}$

d. La meilleure solution est-elle informationellement parlant, facile à mettre en œuvre ?

La mise en pratique des recommandations de tarification des monopoles se heurte à d'importants problèmes informationnels (connaitre précisément la demande, asymétrie d'information entre producteur et régulateur).

<u>Question 8.2.</u> Discrimination.

La société Eaudevi fournit la ville de Bordelo en eau potable. Cette mission est considérée comme un service public, si bien qu'un monopole a été donné à la société Eaudevi. La fonction de production du service est $c(y) = 10 + 3y$. *La demande d'eau potable est de la forme* $p(y) = 10 - y$.

a. Quelle politique tarifaire doit-on adopter si l'autorité organisatrice de la distribution d'eau utilise le critère de la maximisation du surplus total ?

Pour maximiser le surplus total, il faut adopter la tarification au Cm.

$Cm = \frac{dc(y)}{dy} = 3$, donc $\boxed{p=3}$ et $\boxed{y=10-3=7}$

Alors : $\prod = RT - CT = p(y)y - c(y) = 10y - y^2 - 10 - 3y \quad \Leftrightarrow \quad \prod = -y^2 + 7y - 10$

Avec y=7, $\prod = -10 = CF$

Avec cette tarification, le monopole produit à perte. Il faut une subvention pour compenser.

b. La ville de Bordelo connaît des difficultés de trésorerie et ne peut plus couvrir les déficits de l'Eaudevi. Comment concilier l'exigence d'équilibre budgétaire pour cette société en pénalisant au minimum les consommateurs électeurs ?

Tarification au CM (2nd rang sans discrimination) : $CM = \frac{c(y)}{y} = \frac{10}{y} + 3$

D'où condition : $\frac{10}{y} + 3 = 10 - y \quad \Leftrightarrow \quad 10 + 3y = 10y - y^2 \quad \Leftrightarrow \quad y^2 - 7y + 10 = 0$

Résolution d'un polynôme du second degré : $\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 40 = 9$

Le polynôme admet donc 2 solutions : $y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2}$

Soit $y = \{5,2\}$ et donc $p = \{5,8\}$

Comme on cherche à maximiser le surplus collectif, donc il faut choisir le couple (p ; y) le plus favorable aux consommateurs : p le moins élevé et y le plus élevé, soit $\boxed{y=5}$ et $\boxed{p=5}$

c. Le maire de Bordelo valorise plus particulièrement ses électeurs qui représentent la moitié de la population de la ville. Leur poids dans la fonction de bien-être social est donc plus élevé selon un paramètre alpha positif. Le surplus collectif s'écrit maintenant $W = \frac{1}{2}\alpha_e S_e + \frac{1}{2} S_{ne} + \Pi$, *avec* e *les paramètres associés aux électeurs du maire et* ne *ceux associés aux autres électeurs. Quelle nouvelle règle de tarification doit-on adopter pour tenir compte des préférences du maire de Bordelo ? Commentez.*

On segmente le marché : 2 groupes valorisés différemment et donc à qui l'on peut faire payer des prix différents. On passe donc à une solution de 2nd rang avec discrimination, c'est-à-dire au principe de tarification à la Ramsey-Boiteux. Plus alpha est élevé (plus le maire valorise ses électeurs), plus le prix pratiqué sur ce segment doit être proche du Cm.